

## **A könyvvizsgálati minta kiválasztása Benford– analízis alkalmazásával**

### **Előszó**

A tanulmány azt a célt szolgálja, hogy bemutasson egy olyan alkalmazást, amely segíti a könyvvizsgáló mintavételezés során alkalmazott gyakorlatát. A példákban felhasznált adatok valós könyvvizsgálati megbízáshoz kötődnek, de a vizsgálati eredményekből levonható, valós vizsgálathoz köthető következtetések nem kerülnek részletesen bemutatásra, mert nem ez a célja a tanulmánynak. Az elsőként prezentálandó szállítói kötelezettségek vizsgálatával a modell alkalmazásával összefüggő függvények bemutatása a feladat.

A zárókészletek vizsgálatáról szóló rész, pedig olyan alkalmazásra vonatkozik, amelynek eredményeként további könyvvizsgálói lépésekre kerülhet sor. A könyvvizsgáló által az egyes kockázatosnak ítélt területek kijelölése során – bemutatott eljárásokon kívül – más módszerek is alkalmazásra kerülhetnek. A vizsgálati eredmények együttes, komplex értékelése jelenthet megnyugtató megoldást a vélemény kialakításához.

A tervezés során a könyvvizsgálattal érintett társaság tevékenységéhez illeszkedő kockázatos területek meghatározása szükséges. Az érintett alapsokaságok kiválasztását ehhez kell igazítani.

A bemutatásra kerülő módszer minél többszöri használata lehetővé teszi a könyvvizsgálói munkába történő beillesztést, valamint a saját vizsgálati eljárások kifejlesztését is. A tanulmányban bemutatott grafikus megjelenítés – körülményektől függően – az évközi, időszakonkénti ellenőrzések hatékony elvégzését is támogatja. Az alkalmazásra kerülő technika nagy tömegű adatok Benford-törvénytől való eltéréseivel hívja fel a könyvvizsgáló figyelmét.

A módszer alkalmazásának megkezdéséig is felleltünk hibákat, hiányosságokat, amelyek javítása szükséges. A Benford- analízis használatával – a mintavételezéssel érintett részelem sokaságok esetén – a gyanús elemeket tartalmazó részhalmazok könnyebben kiszűrhetőek, kiválaszthatóak.

## 1. A „pozitív hiba” és „negatív hiba” a könyvvizsgálatban

A könyvvizsgálatra vonatkozó standardok közül – a gyakorlati módszerek alkalmazása szempontjából - kiemelkedik és különleges szereppel bír az ISA 530. témaszámú Nemzetközi könyvvizsgálati standard, amely a „Könyvvizsgálati mintavételezés”-ről szól. A könyvvizsgálat során az adott üzleti évre vonatkozóan a teljes számviteli nyilvántartás áttekintésére nincs lehetőség, sem az auditori munka kapacitásának korlátjai, sem pedig hatékonysági követelmények miatt.

A mintavételezés során arra kell törekedni **egyrészt**, hogy a kiválasztásra kerülő elemek jellemezzék az alapsokaságot, **másrészt** a minta elemzéséből levont következtetés sokaságra való kiterjesztésével az alapsokaság tulajdonságai is elemezhetőkké és értelmezhetővé váljanak.

Ezen okok miatt a könyvvizsgálat során döntő jelentőségűvé válik a társaság üzleti tevékenységével összefüggő kockázatok felmérése, valamint az ehhez kapcsolódó számviteli nyilvántartásokból és azok alapjául szolgáló bizonylatokból történő mintavételezés. Ezek elemzéséből származó eredmények, és könyvvizsgálói következtetések levonása, és eredendő kockázatok felmérése is szükséges. Ez a kockázat természetesen azt is jelentheti, hogy a könyvvizsgáló a mintavételezése során csak olyan elemeket választ ki eljárása során, amelyek megfelelőek, és helyesek, és úgy is kerülnek bemutatásra. A könyvvizsgáló által képviselt filozófia szerint ezek „**negatív hibaként**” azonosított mintaelemek, mert semmi következmény nem kapcsolható a könyvvizsgálati megállapításokhoz azon kívül, hogy az adott gazdasági esemény helyesen került bemutatásra.

Az előzőekben említett esettel szemben „**pozitív hibaként**” kell megemlítenünk azokat a minta elemeket, amelyeket hibásnak minősítünk, mert valamilyen számviteli hiányosság kötődik hozzájuk. Bemutatásukkal a mérlegben vagy eredménykimutatásban eltérés mutatkozik a helyes, megfelelő közléshez képest. A könyvvizsgáló munkájának filozófiája szerint a „pozitív hiba” felderítése, és annak esetleges javítása, vagy a hiba mértékétől, minőségétől függően annak értékelésével kapcsolatos álláspontja a mintából származó vizsgálat, elemzés, következtetés eredménye. A mintavétel végrehajtásának gyakorlati megvalósításával kapcsolatos könyvvizsgálati teendőket tartalmazza az említett ( ISA 530.) standard.

Az ISA 450 Nemzetközi könyvvizsgálati standard a „Könyvvizsgálat során azonosított hibás állítások értékelése”-ről szólva megemlíti azt a követelményt, hogy a könyvvizsgálat során feltárt hibás állításokat értékelni szükséges egyedileg is, és összességükben is. Ez azt jelenti, hogy a sokaságból származó minta hibájának kivetítésekor a teljes sokaságra vonatkozó hibát kell értékelni. Ebből következően, mind az egyedi hibát, mind a számviteli keretelvekben foglalt előírásoktól való eltérést, és ezek beszámolóra gyakorolt befolyásoló hatását egyaránt számba kell venni. A standardban foglaltak szerint hibás állításnak minősül többek között

- a pénzügyi kimutatások egy tételéhez kapcsolható összeg,
- az adott gazdasági esemény besorolásához, bemutatásához, hibás közzétételéhez, illetve ezek elmaradásához kapcsolódó hiba.

A könyvvizsgálati során a lényegességi küszöbérték, a végrehajtási lényegesség, valamint az egyértelműen elhanyagolható hibás állítás meghatározására már a könyvvizsgálati munka tervezésekor sort kell keríteni. A könyvvizsgálatban folyamatosan figyelemmel kell lenni ezekre a meghatározott értékekre. E szakmai követelmények mellett természetesen a könyvvizsgáló szakmai tapasztalatai is nagy súllyal esnek a latba.

A könyvvizsgálati mintavételezés technológiájának kidolgozásához figyelembe kell venni a vizsgált partner tevékenységét, a beszámolóban szereplő bemutatásokat, a közzététel számviteli jellemzőit, valamint a beszámolóra vonatkozó könyvvizsgálati tapasztalatok alapján kialakított küszöbértékek meghatározását.

Célszerű úgy eljárni, hogy a lényegességi küszöbértéket meghaladó, kockázatosnak minősülő területen minden alapsokasági elemet bevonunk a vizsgálatba. A további elemek közül véletlen kiválasztással ajánlott meghatározni a mintába kerülő elemeket. A könyvvizsgálati standard szerint (ISA 530.) a véletlen kiválasztás során biztosítani szükséges - az alapsokaság minden elemére vonatkozóan - a mintába kerülés egyenlő esélyét. Ezt pedig az alaphalmazból való véletlen kiválasztásra vonatkozó programmal lehet biztosítani.

A könyvvizsgálati mintavételezésnél annyi elemet szükséges választani, amennyi megfelelő **alacsony kockázat mellett nagy reprezentativitást biztosít** a vizsgálatához. A mintavételezés során élni kell a rétegezés lehetőségével, amely azt jelenti, hogy a sokaságot azonos jellemzőkkel rendelkező különálló

csoporthoz – alsokaságokhoz – osztjuk. E technikának a célja, hogy az egyes rétegeken belül csökkentsük a tételek változékonyságát, ezzel a mintavételezések kockázatát csökkentve lehetővé váljon olyan minta kiválasztása, amely összeségében magas fokon reprezentálja az eredeti alapsokaságot. A mintaelemek kiválasztásával az érintett részhalmaz elemeken elvégzett könyvvizsgálati eljárásokat **először** a rétegzett rész-sokaságra, azt követően pedig az egész részhalmazra kivetíthetjük. Ez után lehet következtetést levonni a mintákkal jellemzett teljes alapadat halmazra vonatkozóan.

A minta nagyságát tehát a végrehajtási lényegesség, valamint az elvárható megbízhatóság határozza meg. A minta elemszáma csökken végrehajtási lényegesség értékek növekedésével, illetve a magasabb megbízhatóság nagyobb mintaelem nagyságot követel. **A minta kiválasztása statisztikai és nem statisztikai módszerekkel történhet.** Amennyiben csökkenteni szeretnénk a mintavételezésből származó kockázatokat, akkor a beszámoló egészére vonatkozó végrehajtási lényegességnél kisebb értéket kell választanunk a minta elemszámának meghatározásához.

A minta vételezés megbízhatóságára vonatkozó mutatók szerint a kockázati besorolások meghatározására megbízhatósági szintek és megbízhatósági tényezők kerültek meghatározásra. \*

#### 1. táblázat

Szükséges kockázat csökkentése	Megbízhatósági szint %	Megbízhatósági tényező
MAGAS	95%	3
KÖZEPES	80-90%	1,6-2,3
ALACSONY	67-75 %	1,1-1,4

\*IFAC Guide to Using ISAs in the Audits of Small- and Medium-Sized Entities Volume 2 Practical Guidance Fourth Edition 2018 (189.old)

A megbízhatósági tényező értékét alapvetően befolyásolja a végrehajtási lényegesség meghatározott részarányának mértéke, amelyet az alapsokaságból vett minta elemszám nagyságának meghatározásához veszünk figyelembe és ez felhasználásra kerül a könyvvizsgálat tervezése során.

A könyvvizsgálati kockázatok alacsony szintje a vállalkozás üzleti évéről szóló beszámolójának könyvvizsgálói jelentésével kapcsolatos megbízhatóságát növelő tényező. Mindezt szolgálja a mintavételezés reprezentativitásának magas foka is, hiszen a kockázatosnak minősített területeken nem vizsgálhatunk meg minden elemet, mert akkor csorbát szenvedne a hatékonyság követelménye.

A tanulmány egy olyan módszer használatának könyvvizsgálati példáját mutatja be, amelynek alkalmazásával rész-sokaság kerül körülírásra, amely mintavétel bázisául szolgálhat. Meghatározott jellemzőktől való eltérés alapján kerül sor a minta elemeinek kiválasztására, felhasználva a „**pozitív hiba**” elvét.

Az alkalmazott könyvvizsgálati módszerekkel szembeni követelmények között hangsúlyos tényezők a mintasokaság kiválasztásának, és az elemek feldolgozásának és elemzésének, a hibagyanús egységek kiszűrésének és a hibák feltárásának hatékonysága.

A teljes mintasokaságra alapján az alábbi feladatok végrehajtására kell sort keríteni

- az adatok elemzés, vizsgálat eredményének értékelése,
- az alapbizonylatok, a hozzájuk kapcsolódó dokumentumok áttekintése,
- a vizsgálati eredmények dokumentálása, valamint
- az esetleges hibával kapcsolatos kommunikáció, és
- a hiba teljes sokaságra való kiterjesztése után,
- lényegességi értékekkel való összevetés.

Befejezésül sort kell keríteni arra, hogy ellenőrizzük a hibák javításának végrehajtását is. A könyvvizsgálati munka során nagy segítséget jelenthet az üzleti év közbeni, időszakonként történő áttekintés. Már ekkor is feltárhatóak hibák, tévedések, a keretszabályoktól, vagy a számviteli politikában rögzítettektől való eltérések. Nyilvánvalóan könyvvizsgálói tapasztalatok segítenek a gyanús, kockázatos hordozó gazdasági eseményekkel kapcsolatos bemutatások elbírálásakor.

A hibák hatékony feltárása, azok jelzése és esetleges megvitatása olyan együttműködést kíván a társaság managementjével és tulajdonosával, amely a szakmai alapokon álló, összeférhetetlenséget és könyvvizsgálati függetlenséget szem előtt tartó, objektív szakmai álláspont képviselőjét követeli meg.

Az eddig felvázolt körülményekből, feltételekből látható, hogy a könyvvizsgálati módszertan alkalmazásának hatékonyságát befolyásolja a mintavétel során választott elemek vizsgálata, eredmények alapsokaságra való kiterjesztésével nyert információk értékelése. A könyvvizsgálatra fordított idő tervezéséhez figyelembe kell venni a fenti munkálatok időigényét.

## 2. A Benford-törvény elmélete, alkalmazása

### 2.1 Benford törvényének történeti háttere

1881-re nyúlik vissza **Benford-törvényének** felfedezése. A marylandi Johns Hopkins Egyetemen Simon Newcomb kanadai amerikai csillagász, - a matematika és csillagászat professzora - észrevette, hogy a logaritmus táblázatok első oldalai - amelyek 1-gyel kezdődnek - sokkal elhasználtabbak, mint a többi oldal. Mivel a könyvekben a listák az egyes számtól kezdődnek és a kilences számjeggyel kezdődő számokkal végződnek, így a könyvek kopása alapján úgy tűnt számára, hogy a táblázatokat használók gyakrabban keresnek alacsony (1-el, 2-vel, 3-mal) kezdődő számokat, mint magas (7-el, 8-al, 9-el) kezdő számjegyeket. Felvetette, hogy az első számjegyek előfordulásának valószínűsége:  $P(d) = \log_{10} (1 + 1/d)$ , ahol  $d = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ , és  $P(d) = 1$ . Az eredményét publikálta. (American Journal of Mathematics 4, 1881 /pp 39-40/). Newcomb volt az első, aki közzétette erre vonatkozó megfigyelését.

Newcomb meglepő felfedezése hosszú időre feledésbe merült. A General Electric fizikusa, **Frank Benford** 1938-ban újra észrevette a jelenséget. A táblázatok elhasználódásával összefüggő jelenséget úgy értelmezte, hogy a természetben, vagy a mindennapi életünkben gyakrabban fordulnak elő kis számjeggyel kezdődő számok. Ezt a meglepő lehetőséget Benford igen alapos ellenőrzésnek vetette alá.

A tudomány és a mindennapok számos különböző területéről vett adatokat, számsorokat, az első számjegyek eloszlásának vizsgálatára. Feldolgozta 335 folyó adatait, 3259 amerikai populáció méretét, 1800 molekulatömegét, 5000 matematikai kézikönyv bejegyzését, a *Reader's Digest* egyik kiadását, amely 308 számot tartalmazott, és 418 halálozással kapcsolatosan közzétett adatot. A tanulmányban felhasznált megfigyelések teljes száma 20 229 elemből állt. Azt találta, hogy az adatsorok nagy többségére valóban igaz, hogy az első számjegyek eloszlása nem egyenletes, hanem a kis számok irányába mozdult el.

Például az egyessel kezdődő számok több, mint hatszor gyakoribbak, mint a kilencessel kezdődők. Felvetette, hogy az első számjegyek előfordulásának valószínűsége:

$$P(d) = \log_{10} (1 + 1/d), \text{ ahol } d = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \text{ és } P(d) = 1$$

A felfedezés később Frank Benford fizikusról kapta a nevét, aki 1938 -ban a "The Law of Anomalous Numbers" című tanulmányában közzétette tapasztalatait vizsgálatai alapján. (American Philosophical Society Vol.78.No.4. Mar.31.1938) Bármire is vonatkozzon egy azonosításra felhasznált szám – lehet tavak felszíne, országok területe, kiadások, bevételek megoszlása, és az egész számok négyzetgyökei körülbelül hatszor olyan gyakran kezdődnek 1-gyel, mint 9-cel. Benford-törvénye a több számjegyű számok bal oldali első (kezdő) számjegyére vonatkozik. Azt a valószínűséget, amely azt mutatja meg, hogy egy szám  $d_1$  számjeggyel kezdődik, a következő képlet mutatja:

$$P(d) = \log_{10}(1+1/d_1), \text{ ahol } d_1 = 1;2;3;4;5;6;7;8;9$$

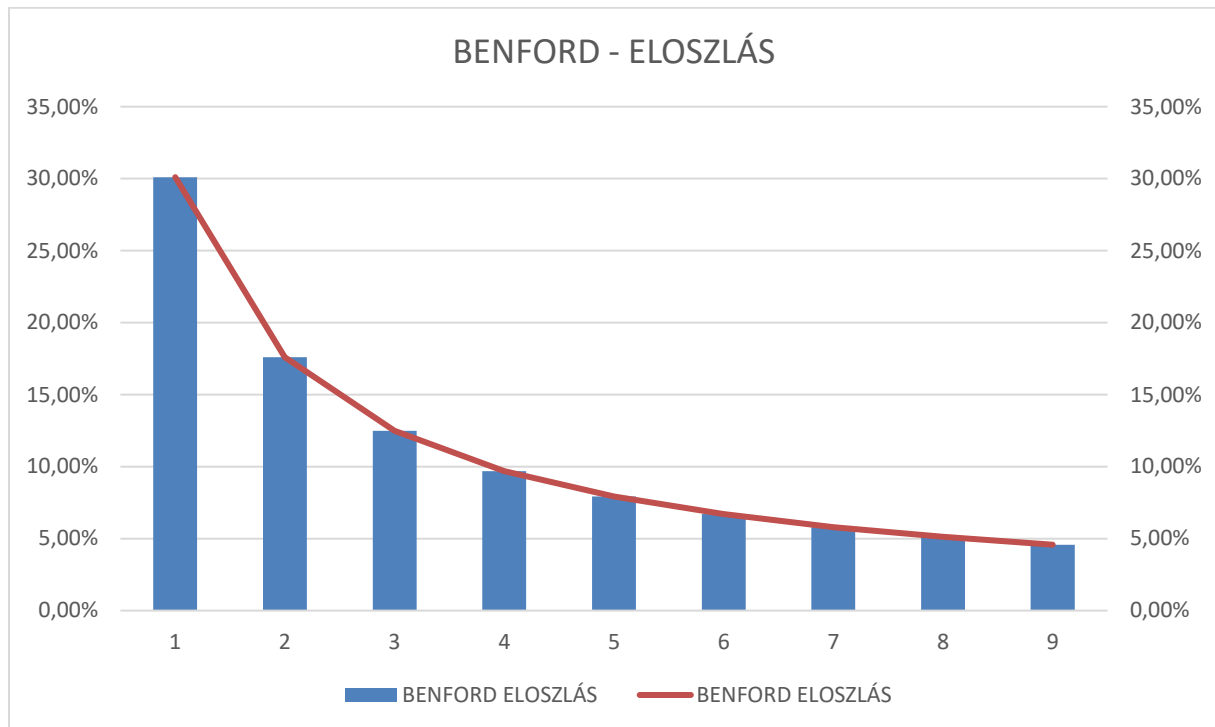
A törvény szerint, sok természetben előforduló számgyűjteményben az első karakter nagy valószínűséggel kis értékű (1, 2, 3 kezdődő), vagyis a számok gyakorisága a számok értékének növekedésével fokozatosan csökken. Annak a valószínűsége, hogy egy szám egyessel kezdődik 30,1%; míg annak, hogy kilencessel 4,6%. **Benford- törvénye szerinti valószínűségek megegyeznek annak esélyével, hogy a logaritmikus skálán ábrázolt számegyenesen az 1 és 10 között véletlenszerűen kiválasztott pontnak mi az első számjegye.**

Ennek bemutatása az alábbi táblázatban, illetve ábrán szerepel.

2. táblázat

1.Karakter $d_1$	Relatív Gyakoriság
1	30,10%
2	17,61%
3	12,49%
4	9,69%
5	7,92%
6	6,69%
7	5,80%
8	5,12%
9	4,58%
<b>SZUMMA</b>	<b>100,00%</b>

1.ábra



A számok ezen eloszlása nemcsak a számok első, hanem további számjegyeire is érvényes. Ez már messze nem olyan látványos a grafikus megjelenítésben, mint az első számjegyek esetén, mivel ilyenkor az előző ábrában bemutatott függvény ellaposodik. A második számjegyben például a nulla gyakorisága 12%, a kilencesé pedig 8,5%. Ez már csak elegendően nagy adathalmaz esetén mutatható ki.

Benford-törvényét nemcsak az első számjegyek eloszlásának kimutatására lehet alkalmazni a 10-nél nagyobb számjegyek esetén is megfigyelhető a jellemző eloszlás.

Az alábbi képlet, illetve ábra az első két karakterre történő Benford-törvényt mutatja be. Fontos leszögezni, hogy az első két kezdő karakterre történő alkalmazás esetén a kettő karakternél kisebb (10-nél kisebb) tételek ábrázolása nem célszerű, mivel a függvény grafikai megjelenítését torzítja.

$$P(d) = \log_{10} \left( 1 + \frac{1}{d_1 d_2} \right), \text{ ahol } d_1 d_2 = 10; 11; 12; \dots; 99$$





A Benford-törvény egy érdekes tulajdonsága, hogy nem csak az első egy, vagy kettő karakterre, hanem akár az első három, illetve négy, de az összes helyiértékű karakterre is alkalmazható. Minden esetben a választott számú első karakterek helyiértékéhez képest eggyel kevesebb értékű további karakterek „kiesnek a szórásból”. (Például az első kezdő kettő karakter esetén az 10-nél kisebb karakterek, az első három esetén a 100-nál kisebb karakterek, és így tovább).

Ha csak az első karaktert választjuk a grafikus ábrázolásához, akkor nagyobb meredekséget tapasztalunk. Emiatt jellemzőbb „Benford” a megjelenítést tekintve az első karakter, viszont kettő, vagy annál több kezdő karakter esetén (10, 100 vagy annál több) történő alkalmazása esetén laposabbá válik a függvény. Ennek eredményeként kevésbé lesz „Benford” az eloszlást mutató ábrázolás. Az előző két ábra alapján ez világosan látszik.

## Benford-törvény szerinti számjegy gyakoriságok különböző helyiértékeken

3. táblázat

Számjegy	1. hely	2. hely	3. hely	4. hely
0		0,1197	0,1018	0,1002
1	0,3010	0,1139	0,1014	0,1001
2	0,1761	0,1088	0,1010	0,1001
3	0,1249	0,1043	0,1006	0,1001
4	0,0969	0,1003	0,1002	0,1000
5	0,0792	0,0967	0,0998	0,1000
6	0,0669	0,0934	0,0994	0,0999
7	0,0580	0,0904	0,0990	0,0999
8	0,0512	0,0876	0,0986	0,0999
9	0,0458	0,0850	0,0983	0,0998

Benford-törvénnyel összefüggő érdekes aspektus a **számrendszertől való függetlenség**. Ha a törvény követelményeit kielégítő - már megvizsgált adatsort - átszámítjuk, átalakítjuk egy tetszőleges alapú másik számrendszerbe, akkor az így nyert új adatsor szintén kielégíti a törvényt. Más számrendszer alkalmazásakor az ábrázolás során megváltozik az egyes helyiértékeket megjelenítő csíkok távolsága. Ha az alapszámok 10-nél kisebbek a csíkok távolsága sűrűbbek, és jellemzőbb "Benford" eloszlást kapunk. Amennyiben 10-nél nagyobbak, akkor a csíkok ritkábbakká válnak, és kevésbé követnek "Benford" az eloszlást.

A Benford-törvény másik különleges jellemzője a **skálafüggetlenség**, vagyis skála állandó. Ez abból következik, hogy lényegtelen volt, hogy Frank Benford például a vizsgált folyók hosszát kilométerben, mérföldben vagy akár lábban adta meg, az adatok minden esetben követték a törvényt.

Vagyis mindegy, hogy milyen mértékegységet használunk egy a törvénynek megfelelő eloszlásnál, mivel a különböző mértékegységek közötti átváltás során minden adatot megszorozunk, vagy elosztunk egy tetszőleges nullánál nagyobb állandóval. Az így előállított adatsor is követni fogja a Benford-törvényt. A

törvénynek ez az említett tulajdonsága lehetőséget teremt annak ellenőrzésére, hogy egy adatsor ténylegesen követi-e a törvényt, vagy nem. Mivel, ha ugyanazzal az állandóval szorozzuk, vagy elosztjuk az adatokat, a  $\log_{10}(X)$  eloszlása csak jobbra, vagy balra tolódik el, de alakja és terjedelme nem változik meg.

## 2.2 A Benford-törvény különböző területeken való alkalmazásának tapasztalatai

Benford-törvénye leginkább azokra az adathalmazokra alkalmazható eredményesen, amelyek **nagy elemszámból állnak**, vagyis „big-data” jellegűek. A hozzáférhető feldolgozási alkalmazásokról szóló közzétett tanulmányok eltérő nagyságrendű állományokkal összefüggő alkalmazás tapasztalatait ismertetik.

Vannak olyan források, ahol az adathalmazok **minimális elemszámát** ezerre teszik, míg mások 50, illetve 100 közötti elemszám nagyságot tekintik optimálisnak. A törvény gyakorlati alkalmazása során hatékony és eredményes felhasználás **minimális elemszáma 200 és 300 között** határozható meg. Természetesen ez függ a vizsgálat megfogalmazott céljától, illetve az elemezni kívánt sokaság homogenizáltsági állapotától.

Általánosságban az mondható, hogy minél több elemből állnak az adathalmazok, illetve **minél változatosabbak (heterogénebbek)**, annál jobban alkalmazkodnak Benford törvényéhez. Például elvárható, hogy Benford-törvénye vonatkozzon Magyarország településeinek lakosságát jellemző számokra, viszont, ha ugyanezt egy településre alkalmazzuk, és a "települést" 50 és 100 közötti lakosságú faluként határoznánk meg, akkor a törvény alkalmazhatósága korlátozottá válik.

Azok a sokasági elemek, amelyek több nagyságrendben meglehetősen **egyenletesen oszlanak** meg, mint falvak, és városok lakossága, tőzsdei árak, számviteli, könyvvelti adatok állománya, valószínűleg eleget tesznek a törvényének.

Azon vizsgálatba bevont adatok állományának megoszlása, amelyek nagyrészt, vagy teljes egészében egy adott intervallummal jellemezhető nagyságrenden belül vannak - és túl egyenletesek (homogének), mint a felnőtt emberek magasságának vagy IQ -pontszámok megoszlása - nem valószínű, hogy eleget tesznek a

Benford-törvény felhasználásnak. Abban az esetben, azonban amikor „összekeverednek” az elemek ezekből az többségében homogénnek tekintett intervallumokból, akkor újra életbe lép a Benford- törvény hatása.

Az alkalmazandó és nem alkalmazható kezelési módok közötti különbség azonban nem jelent éles határ: az eloszlás szűkítésével a Benford-törvénytől való eltérések fokozatosan növekednek.

### **Az adatállományok jellemzői, amelyek vizsgálatokor érvényesül Benford-törvénye:**

- a vizsgálati elemek átlaga nagyobb, mint a medián, és a torzítás pozitív,
- a vizsgálati elemek a matematikai műveletek valamilyen kombinációjából származó olyan számok, amelyek jellemzően mennyiség  $\times$  ár művelet eredményeként képződnek,
- a vizsgált halmaz elemei olyan tranzakciós szintű adatok, mint folyósítások, értékesítések, kiadások, követelések, vagy kötelezettségek,

### **2.3 Azok az elosztások, amelyekre várhatóan korlátozottan alkalmazható Benford-törvény**

- azok az elemek, amelyek sorrendben vannak kiosztva, ilyenek lehetnek a számlaszámok,
- az olyan nagyságrendű számok, amelyeket az emberi gondolkodás befolyásolják, ezek a pszichológiai küszöbök által meghatározott árak (9.999 Ft),
- azon számviteli alapbizonylatok adatai, amelyek nagyszámú cégspecifikus számot tartalmaznak azonosítóként. Ilyenek lehetnek visszatérítés rögzítésére létrehozott fiókok, az árengedmények,
- az egyes rendszerek használatával eredményeként algoritmus alapján képződő minimum vagy maximum számlaérték elemek, amilyenek az „ár stop”-os termékek,
- olyan eloszlású elemek, amelyek nem nagy kiterjedésű és helyiértékű számokat tartalmaznak,
- alacsony elemszámú – 50 elemnél kisebb - elemből álló adathalmazok esetén

A Benford-analízis alkalmazását támogatja az a tény, hogy **széles körben nem ismert maga a törvény**. Ha egy adatsornak valamilyen okból követnie kellene a törvényt, de ez mégsem történik meg, akkor élhetünk azzal a gyanúval, hogy valamilyen manipuláció történt a vizsgált elemekkel. Tehát felmerül a gyanú, hogy az adatsort létrehozója nem ismeri a törvényt. Ezért leggyakrabban a csalások leleplezésére és hibák feltárására használják a Benford-törvényt.

Az első számjegyek eloszlását vizsgálva derítettek már fel adócsalásokat, választási visszaéléseket, lepleztek le hamisított adatsort használókat. Sőt, a Benford-törvény alapján végzett ellenőrzés még azt is megmutatta, hogy az euroövezethez történő csatlakozás előtt Görögország „kozmetikázta” államháztartási adatait. Csalások, hamisítások leleplezésén kívül is van példa a törvény használatára. Megvizsgálták például földrengés-érzékelő szeizmométerek adatait és más eloszlást találtak az első számjegyekben egy adott földrengést megelőző adatokban és a rengést követően.

#### **2.4. A Benford - törvény leggyakoribb alkalmazásai**

A Benford- törvény felhasználásának egyik területe a **számviteli nyilvántartásokban elkövetett csalások felderítése**. Hal Varian - a GOOGLE vezető közgazdásza - 1972-ben azt javasolta, hogy az analízis alkalmazására kerüljön sor a **benyújtott pályázatok elbírálásakor**. A feltételezése az volt, hogy a pályázatokhoz számításokat készítő pályázatírók hajlamosak egyenesen elosztani és bemutatni - a siker reményében - a pályázatban megjelenített adatokat. Ezen elemek számjegyeinek Benford-analízissel végzendő eloszlás vizsgálata egyszerű összehasonlítással feltárhatja a törvény szerinti várható eloszlástól való eltérő mintázatot.

Walter Mebane - a Michigani Egyetem politológusa és statisztikusa - elsőként **választási csalások felderítésére** alkalmazta a Benford-törvényt azzal, hogy a második számjegyekre vonatkozó vizsgálatot készített. Benford-törvényét a 2009-es iráni választásokon csalás bizonyítékként használták fel. W. Mebane elemzése megállapította, hogy a választásokon a győztes jelölt elnök szavazatainak második számjegye jelentősen eltér a Benford-törvény elvárásaitól.

Görögország Euro-övezethez történő csatlakozásához kapcsolódó **makrogazdasági adatok elemzésére** került sor. A csatlakozást előkészítő munkálatok során a kormány az Európai Uniónak a valóságtól eltérő adatokat

közölt, amelyekről – a csatlakozást követően évekkel később Benford-törvényének felhasználásával - kiderült, hogy valószínűleg nem voltak valóságok.

Benford-törvényének alkalmazásával viszonyítási alap teremődik az **árakat tükröző számjegyeinek** vizsgálatához is. Mivel Benford-törvénye állandó skálaként funkcionál és nem változik, ezért nincs hatása annak, hogy az adott ár elemsora milyen pénznemben kerül feltüntetésre forintban, euro-ban, vagy dollárban.

Az árak számjegyeinek ilyen elemzésével ki lehet mutatni, hogy egy esetleges makrogazdasági szinten történő pénznem váltás, átállás milyen hatást gyakorol a reálkeresetek tényleges alakulására. Az egyes termékek piaci árának a második, harmadik, és negyedik számjegyei is vizsgálatók. E vizsgálat során akár az is kimutatható, hogy az eddig alkalmazott pénznemet felváltó új pénznem bevezetésének sokkját követően, milyen árképzési tendenciák várhatóak az egyes termékek piacain.

A Benford-törvény alkalmazásának speciális területét képezik a **tudományos csalások, és valótlan hírek felderítése**. A számtani előtaggal rendelkező szavak - mint a bicikli, vagy háromszög – használatának vizsgálatára is érvényes az alacsonyabb nagyságot jelölő számok preferenciája. Ahogyan a „kettő” szó is gyakoribb a háromnál, éppúgy a kettést jelölő előtag is gyakrabban fordul elő (pl. „bi-”, vagy „duo-”) mint a hármát jelölő (pl. „tri-”). Fontos azonban, hogy ide nem csupán a nyilvánvaló megfigyeléseken alapuló számot jelölő előtagválasztások tartoznak (pl. a bicikli, vagy tricikli szavak a két, ill. három kerék miatt). Vannak olyan számtani előtaggal rendelkező szavak is, amelyek kiválasztása nem a környezet által meghatározott. Az angolban több olyan szó is található, amely a „bi-”, vagy „di-” előtaggal rendelkezik (ilyen pl. a „biennial” szó is „kétévente” jelentéssel). Egy angol szótárban pl. a kettősséget jelölő előtaggal rendelkező szavak száma 14, a hármasságot és négyességet jelölő szóból egyaránt 5-5 db található, az ötösséget jelölőből pedig már csak 2 db, és így tovább.

Az előbb említett példákon kívül még a bűnügyi adatok, szeizmográfiai jelenségek méréseiből származó adatok elemzése és még számos egyéb eseményre vonatkozó alkalmazása van a Benford-törvénynek.

A Benford-törvény **különleges alkalmazására** jelentenek példát a **szórakoztató iparban** történő felhasználásra. A „Gyilkos Számok” (NUMBER3RS) című

televíziós bűnügyi dráma "The Running Man" epizódjában (2006) szerepel a törvény alkalmazása. „A Könyvelő” (The Accountant) című 2016-ban készült filmben a Benford-törvényt arra használták, hogy leleplezzenek egy pénzügyi lopást robotikával foglalkozó cégnél. Benford-törvénye alapján a Netflix Ozark sorozatában elemzik a kartell egy tagjának pénzügyi kimutatásait, vizsgálva azt, hogy becsapják. Végezetül a Benford-törvényt felhasználva tesztelik Jeremy Robinson Végtelen 2 című regényében, hogy a szereplők szimulációban, vagy a valóságban szerepelnek e.

### **3. Benford-eloszlás és Benford - görbe**

#### **3.1. A Benford-törvény alkalmazása Excel felhasználásával**

A törvény alkalmazásához a Microsoft Excel programban rendelkezésre álló függvények, alkalmazások segítségével teremthetők meg a sikeres vizsgálat feltételei. Az alkalmazott gyakorlat szerint a könyvelési állományok vizsgálatára az első két számjegyes, illetve az első négy (minimum 10.000 darabos elemszámra nézve) számjegyes Benford-törvény felhasználásával végzett alkalmazás a legcélravezetőbb. A Microsoft Excel függvények széles tárházából

BAL (LEFT)

LOG10

DARABHATÖBB (COUNTIF) azok a beépített függvények, amelyek rendelkezésre állnak, és felhasználásra kerülnek.

#### **3.2.1. Szállító állomány Benford – analízis vizsgálata**

Az alábbiakban felhasználási lépésenként bemutatásra kerül az alapsokaság vizsgálatára vonatkozó szerkesztési modell. A Benford-analízis vizsgálata 8.726 darab elemből álló szállítói állomány.

##### **1. Lépés**

Az adatállomány kiválasztása, majd annak beillesztése az Excel dokumentumba, amelyet korábban megnyitásra került. Az alábbi táblázat ebből a könyvelési állományból mutat egy részletet annak illusztrálására, hogy a kezdő lépésként hogyan kell eljárni.

## Szállítói állomány részlet

4. táblázat

Dátum	Fők. számlaszám	Ellenszámla	T. érték	K. érték	Szöveg
2023.01.01	4541	491	-	251 321 784	Nyitás 2023
2023.01.01	4541	4661	-	22 880	Áfa automatikus könyvelése
2023.01.01	4541	5299	-	84 741	EGYÉB SZOLGÁLTATÁS 27%
2023.01.01	4541	5299	-	30 000	EGYÉB SZOLGÁLTATÁS 27%
2023.01.01	4541	4661	-	8 100	Áfa automatikus könyvelése
2023.01.01	4541	8635	-	894	Pénzügyi tétel automatikus könyvelése
2023.01.01	4541	8762	-	238	Pénzügyi tétel automatikus könyvelése
2023.01.01	4541	8762	-	21 637	Pénzügyi tétel automatikus könyvelése
2023.01.02	4541	4661	-	29 185	Áfa automatikus könyvelése
2023.01.02	4541	814	-	108 091	Összesített tétel könyvelés
2023.01.02	4541	814	-	56 920	Összesített tétel könyvelés
2023.01.02	4541	4661	-	15 368	Áfa automatikus könyvelése
2023.01.02	4541	4661	-	6 354	Áfa automatikus könyvelése
2023.01.02	4541	5113	-	23 535	VÍZDÍJ, SZENNYVÍZELVEZETÉSI DÍJ
2023.01.02	4541	5213	-	8 028 919	FUTÁRKÖLTSÉG ELADÁSHOZ
2023.01.02	4541	4661	-	2 167 808	Áfa automatikus könyvelése
...	...	...			

Az állományból azt az értékoszlopot kell kiválasztani, amely a vizsgálat szempontjából releváns értékeket tartalmaz. A vevők, a bevételek, a kiadások, a költségek, és ráfordítások forgalmi adatainak vizsgálatakor is hasonló módon kell eljárni. A folyószámla (nyitott szállítói, vevői) kimutatások alkalmával viszont célszerű -a releváns- egyenlegoszlopot megjelölni kiválasztott tartományként.



## 2. Lépés

A fentiekben leírtakat követően állományból számunkra a releváns választott értékoszlop a „K. érték”-kel jelölt. A relevánsként megjelölt értékoszlop mellé be kell szúrjunk egy új értékoszlopot, amelynek tartalmának kitöltéséhez a „BAL (LEFT)” függvényt kell használni. Ennek segítségével válogassuk le az előtte levő értékekből az első kezdő karaktereket. A függvény (az első sorban) beírásának metodikáját, technikáját a 2. táblázat első sorában mutatjuk meg. A továbbiakban az adatállományból származó adatokat „MINTÁ”-nak nevezzük az egyszerű hivatkozás miatt.

**Az első értéki karakter kiválasztásával kiegészített szállítói állomány részlet**

**5.táblázat**

Dátum	Fők. számlaszám	Ellenszámla	T. érték	K. érték	1. Karakter	Szöveg
2023.01.01	4541	491	-	251 321 784	=BAL(E2;1)	Nyitás 2023
2023.01.01	4541	4661	-	22 880	2	Áfa automatikus könyvelése
2023.01.01	4541	5299	-	84 741	8	EGYÉB SZOLGÁLTATÁS 27%
2023.01.01	4541	5299	-	30 000	3	EGYÉB SZOLGÁLTATÁS 27%
2023.01.01	4541	4661	-	8 100	8	Áfa automatikus könyvelése
2023.01.01	4541	8635	-	894	8	Pénzügyi tétel automatikus könyvelése
2023.01.01	4541	8762	-	238	2	Pénzügyi tétel automatikus könyvelése
2023.01.01	4541	8762	-	21 637	2	Pénzügyi tétel automatikus könyvelése
2023.01.02	4541	4661	-	29 185	2	Áfa automatikus könyvelése
2023.01.02	4541	814	-	108 091	1	Összesített tétel könyvelés
2023.01.02	4541	814	-	56 920	5	Összesített tétel könyvelés
2023.01.02	4541	4661	-	15 368	1	Áfa automatikus könyvelése
2023.01.02	4541	4661	-	6 354	6	Áfa automatikus könyvelése
2023.01.02	4541	5113	-	23 535	2	VÍZDÍJ, SZENNYVÍZELVEZETÉSI DÍJ
2023.01.02	4541	5213	-	8 028 919	8	FUTÁRKÖLTSÉG ELADÁSHOZ
2023.01.02	4541	4661	-	2 167 808	2	Áfa automatikus könyvelése

## 3. Lépés

Ezt követően bővítjük az Excel munkalapot, egy új („BENFORD”) munkalap hozzáadásával, illetve új táblázat hozzáadásával. Az új munkalapon szereplő táblázat első oszlopában az első karakterek szerepeljenek. A második oszlopába illesszük be a „LOG10” tízes alapú logaritmus-függvényt. Ezzel számíthatjuk ki karakterenként a Benford-törvény szerinti eloszlásokat. A „LOG10”-es függvény beírási metodikáját a 3.táblázat első sora mutatja. Legyünk tekintettel arra, hogy a teljes állomány megoszlása az egyes részelemek hányadának összértéke

100,00%. Ez lesz az elemszámok első számjegyeinek megfelelő Benford- eloszlás megoszlása. A táblázat az összehasonlításhoz szolgáló Benford -törvény szerinti értékeket tartalmazó adatsor.

## „BENFORD” analízis munkalapja, Benford-eloszlás számítás

6. táblázat

1. Karakter	Benford-eloszlás
1	LOG10(1/A2+1)
2	17,61%
3	12,49%
4	9,69%
5	7,92%
6	6,69%
7	5,80%
8	5,12%
9	4,58%
<b>SZUMMA</b>	<b>100,00%</b>

### 4. Lépés

A „BENFORD” munkalap táblázatát bővítjük a „Minta darabszáma” nevezetű oszloppal. Ez az oszlop fogja tartalmazni az alapsokaság első számjegyei szerinti elemmegoszlási mennyiségeket. Az adatállományból a „DARABHATÖBB (COUTIF)” függvény segítségével számoljuk ki az adott karakterekhez tartozó alapsokaságból származó darabszámokat. A „DARABHATÖBB” függvény esetén a „kritériumtartomány” (első argumentum) az első lépés során az adatállományban általunk generált teljes oszlop, és a „kritériumok” a „BENFORD” munkalap első oszlopjának karakterei. Ezt követően az összesített darabszám rögzítésével számoljuk ki az azokhoz tartozó eloszlások %-os arányait a következő oszlopba.

**„BENFORD” munkalap minta darabszámának, illetve az eloszlásának számítása**

**7. táblázat**

<b>1. Karakter</b>	<b>Benford-eloszlás</b>	<b>Minta darabszáma</b>	<b>Minta eloszlása</b>
<b>1</b>	30,10%	=DARABHATÖBB (ADATÁLLOMÁN Y!G:G;BENFORD! A2)	=BENFORD!C2/BENFORD!\$C\$11
<b>2</b>	17,61%	1 507	17,27%
<b>3</b>	12,49%	1 065	12,20%
<b>4</b>	9,69%	904	10,36%
<b>5</b>	7,92%	726	8,32%
<b>6</b>	6,69%	529	6,06%
<b>7</b>	5,80%	476	5,45%
<b>8</b>	5,12%	407	4,66%
<b>9</b>	4,58%	350	4,01%
<b>SZUMMA</b>	<b>100,00%</b>	<b>8 726</b>	<b>100,00%</b>

**5. Lépés**

Miután elkészült a „BENFORD” munkalapon található táblázat, összehasonlíthatjuk a Benford-törvény szerinti eloszlás %-os mennyiségeit a „MINTA” eloszlás számadataival. Az eltérések értékeléséhez meghatározhatunk egy sávot, amelyen belül elfogadhatónak tarjuk a különbséget.

**A minta adatállomány első karakteres eloszlásainak eltérése a Benford-eloszláshoz képest** 8. táblázat

1. Karakter	Benford-eloszlás	Minta darabszáma	Minta eloszlása	ELTÉRÉSEK
1	30,10%	2 762	31,65%	=BENFORD!D2-BENFORD!B2
2	17,61%	1 507	17,27%	-0,34%
3	12,49%	1 065	12,20%	-0,29%
4	9,69%	904	10,36%	0,67%
5	7,92%	726	8,32%	0,40%
6	6,69%	529	6,06%	-0,63%
7	5,80%	476	5,45%	-0,34%
8	5,12%	407	4,66%	-0,45%
9	4,58%	350	4,01%	-0,56%
<b>SZUMMA</b>	<b>100,00%</b>	<b>8 726</b>	<b>100,00%</b>	<b>0,00%</b>

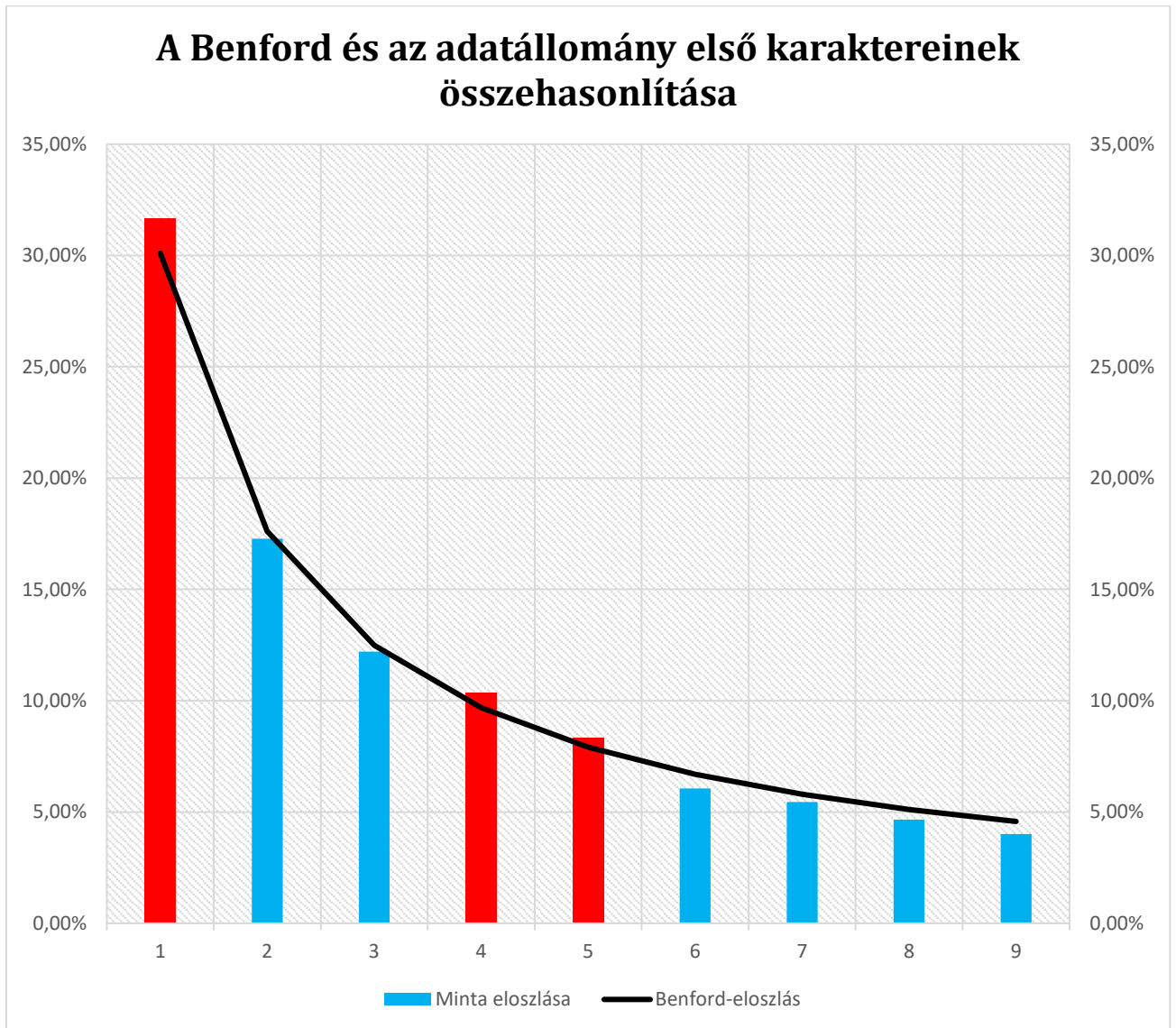
**6. Lépés**

Grafikusan is ábrázolhatjuk az előbbi Excel táblázatban meglevő elem adatokat egy kombinált diagram segítségével. A „Benford-eloszlás”-t célszerű vonallal, vagy pontozott vonallal ábrázolni, míg a „Minta eloszlása” -t oszlop formában megjeleníteni.

**Benford – minta szerinti eloszlás**

9. táblázat

1. Karakter	Benford-eloszlás	Minta darabszáma	Minta eloszlása	ELTÉRÉSEK
1	30,10%	2 762	31,65%	<b>1,55%</b>
2	17,61%	1 507	17,27%	-0,34%
3	12,49%	1 065	12,20%	-0,29%
4	9,69%	904	10,36%	<b>0,67%</b>
5	7,92%	726	8,32%	<b>0,40%</b>
6	6,69%	529	6,06%	-0,63%
7	5,80%	476	5,45%	-0,34%
8	5,12%	407	4,66%	-0,45%
9	4,58%	350	4,01%	-0,56%
<b>SZUMMA</b>	<b>100,00%</b>	<b>8 726</b>	<b>100,00%</b>	<b>0,00%</b>



Amelyik karakterhez tartozó sorok (eloszlási értékei) meghaladják a Benford-eloszlását reprezentáló értékét, azok nem teljesítik maradéktalanul az első karakterek eloszlására vonatkozó Benford-törvényt. Az ábrázolásban ezek az oszlopok a görbe fölé kerülnek. Ebből következően célszerű leválogatni azokat a tételeket az alapadat állományból, amelyeknek az értékéhez tartozó első karaktereinek eloszlása „átszakítja” a Benford-eloszlás görbét.

Ahogy az 5. lépést bemutató 9. táblázatban kimutatott pozitív eltérésekből is kitűnik a 2-vel, 3-mal, illetve 7-tel kezdődő elemek éppen csak érintik a Benford-eloszlás görbét. A diagramot megfigyelve észre kell venni, hogy egyik kezdő értéknél sem jelentős az eltérés, viszont a 1-el, 4-el, 5-el kezdődő értékeknél nagyobb eltérést tapasztalunk, mint az előbb említett 2-vel, 3-mal vagy 7-tel kezdődőknél.

Természetesen nem feltétlenül lehet minden tétel rossz vagy helytelen az érintett esetben, amit ebből a tartományból vizsgálva választunk ki és értékelünk. Nem lesz mindegyik elem „pozitív hibás” tétel. A Benford értékektől való nagyobb eltérés esetén lehet köztük tévedésre, vagy csalásra utaló jel, illetve könyvelési hiba. Vagyis minél nagyobb az eltérés összege, azaz grafikusán ábrázolva minél nagyobb a Benford-eloszlás görbéje fölött az adott oszlop, annál erősebb további vizsgálat igénye a kérdéses részhalmazban.

A tanulmányban bemutatásra került ”MINTA”-példában tapasztalható kis mértékű eltérést figyelembe véve, további vizsgálatokat végezhetünk. Amennyiben leválogatjuk a 1-el, 4-el, 5-tel kezdődő elemeket és a vizsgálat alá vontjuk az érintett részsokaságot, akkor valószínűleg további eljárásokkal tisztázni az okokat és valamilyen következtetésre vezetik a könyvvizsgálót. A kis mértékű eltérés valószínűsíthetően nem szándékos könyvelési hibára utalhat. A sokaságra jellemzőtől eltérő elemeket is tartalmazhat a részhalmaz. Ilyenek lehetnek helyesbítő számlák, stornó számlák stb. Mivel az elemek eltérnek a sokaságra jellemző, meghatározóan befolyást gyakorló elemek többségétől az elemek érintett halmazát tekintve, ezért érdemes figyelemmel lenni rá.

Az adatok ilyesfajta leválogatását az Excel állományból könnyen megtehetjük. Egy új munkalapra kimutatást kell készítenünk.

### **3.2.2 Záró árukészlet vizsgálata**

Az árukészletekkel kapcsolatos vizsgálat bemutatása során azt tekintjük át, hogy a könyvvizsgált társaság készletének fordulónapi nyilvántartására vonatkozó adatainak halmaza miként illeszkedik a Benford – törvényhez. A készletek záró állományának felhasználásával végeztük a vizsgálatot, amelynek elkészítéséhez az előző szakaszban ismertetett eljárásokkal készült a feldolgozás. Az alapsokaság elemszáma 5 544 darab volt, ami ennyi féle készletet jelent. A készlet értéke 5 458 707 E Ft volt. A vizsgált társaság műszaki cikk kis- és nagykereskedelmi tevékenységgel foglalkozik.

Az árukészlet leltára természetesen tartalmazott mennyiségi és érték adatokat egyaránt. A készletnyilvántartás során minden alkalommal rögzítik a beszerzéseket és a beszerzési árakat, készletértéket is. A készletek beszerzési árának meghatározása során a raktárba helyezéskor az összes felmerült költséget a készletek bekerülési értékeként számolják el. A beszerzésekor minden alkalommal új átlagárát állapítanak meg és értékesítéskor a FIFO -elv szerint számolják el az eladott áruk beszerzési értékét.

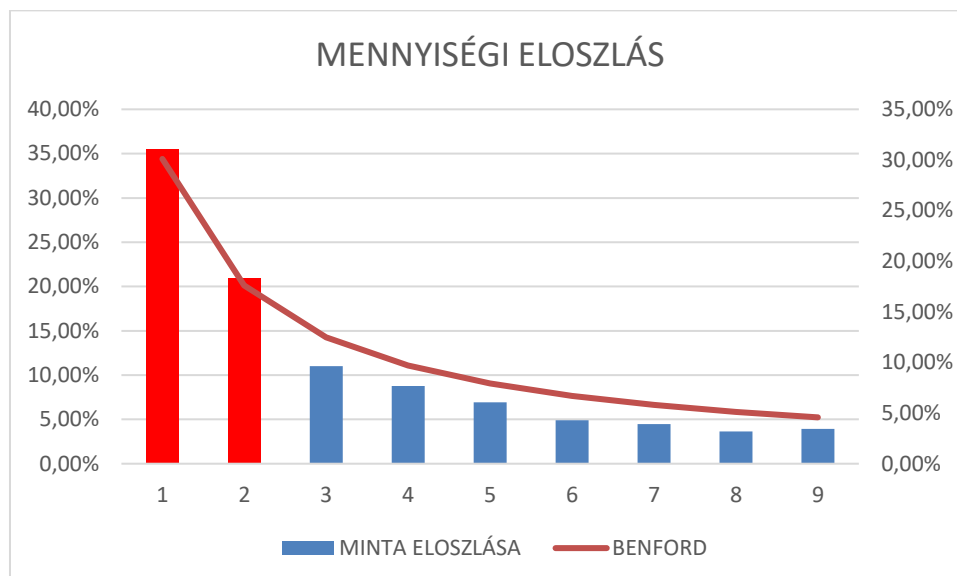
A 6. számú táblázatban a rendelkezésre bocsátott adatok feldolgozásával megállapítottuk, hogy a záró készletek mennyiségi nyilvántartása szerint hány darab készletelem kezdődött 1, 2, 3, ..... 9 számjegyekkel. Ezt tartalmazza a táblázat. A bemutatott elemszám (zárókészlet szerint) teljeskörű feldolgozottságot mutat. A táblázatból látható, hogy Benford – analízis eredményeként a mennyiségi megoszlás eltér az 1,2 számjegyekkel kezdődő készletek esetén. Az összes többi esetben szoros illeszkedést tapasztalhatunk.

10.táblázat

MENNYISÉG MEGOSZLÁSA				
1.SZÁMJEGY	ELEM MENNYISÉGE (DB)	MINTA ELOSZLÁSA	BENFORD	ELTÉRÉS
1	1965	35,44%	30,10%	5,34%
2	1161	20,94%	17,61%	3,33%
3	611	11,02%	12,49%	-1,47%
4	486	8,77%	9,69%	-0,92%
5	384	6,93%	7,92%	-0,99%
6	271	4,89%	6,69%	-1,81%
7	248	4,47%	5,80%	-1,33%
8	201	3,63%	5,12%	-1,49%
9	217	3,91%	4,58%	-0,66%
<b>SZUMMA</b>	<b>5544</b>	<b>100,00%</b>	<b>100,00%</b>	

A táblázatban összefoglalt információkat grafikusán is megjelenítettük annak érdekében, hogy szemléletessé váljék az eltérés mértéke. Ez segítséget nyújt a könyvvizsgálat során arra, hogy a leltárak ellenőrzésekor milyen azonosítóval rendelkező készlet részhalmazból származó minták kerülhetnek kiválasztásra. Természetesen lehetséges, hogy a Benford – görbét „áttörő” első számjegyeket megjelenítő oszlopok azért olyan magasak, mert valamilyen különleges esemény történt ezen részhalmazok elemei között. Lehetnek vissza szállított áruk, reklamációs ügyekkel kapcsolatos rendezések stb.

4. ábra

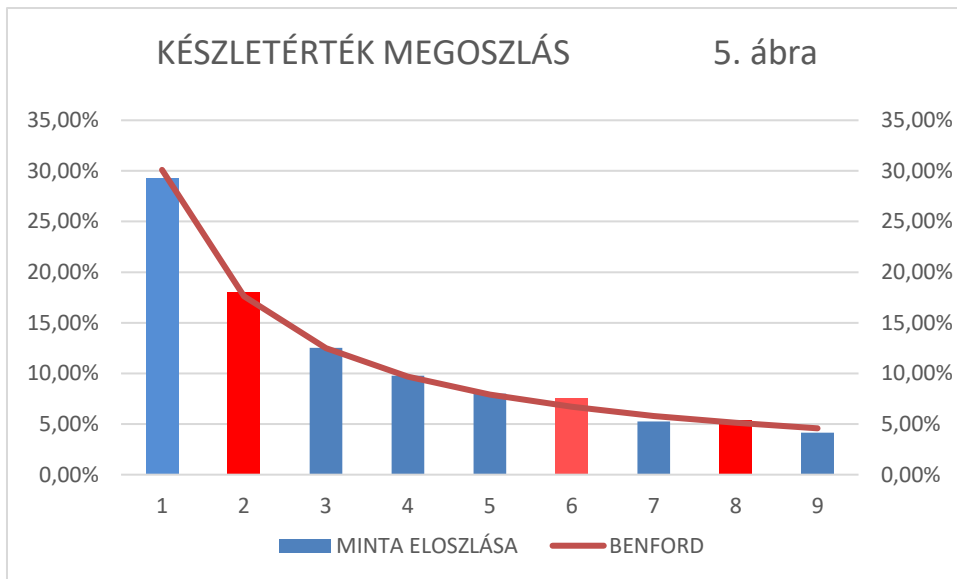


A második terület az árukészletek értéki megoszlásának vizsgálatával összefüggő Benford – törvény szerinti megfelelés. A rendelkezésre bocsátott készletérték elemek szerinti kezdő számjegyek vizsgálatára került sor. Látható, hogy az eloszlás nem tér el a Benford- eloszlástól lényegesen. A vizsgálatok szerinti illeszkedés a Benford – görbéhez magasfokúnak mondható. Ebből az is következik, hogy az értéki adatokban nem tapasztalható jelentős eltérés, ami megalapozhatja a nyilvántartásokkal kapcsolatos szakmai követelmények teljesülését. A 2, 6 kezdődő elemek figyelemre számot tartó eltérést mutatnak, amelynek megítélése további vizsgálatokat kívánhat.

11. táblázat

KÉSZLETÉRTÉK MEGOSZLÁSA				
1.SZÁMJEGY	ELEM MENNYISÉGE (DB)	MINTA ELOSZLÁSA	BENFORD	ELTÉRÉS
1	1622	29,26%	30,10%	-0,85%
2	1001	18,06%	17,61%	0,45%
3	694	12,52%	12,49%	0,02%
4	542	9,78%	9,69%	0,09%
5	443	7,99%	7,92%	0,07%
6	421	7,59%	6,69%	0,90%
7	291	5,25%	5,80%	-0,55%
8	300	5,41%	5,12%	0,30%
9	230	4,15%	4,58%	-0,43%
<b>SZUMMA</b>	<b>5544</b>	<b>100,00%</b>	<b>100,00%</b>	





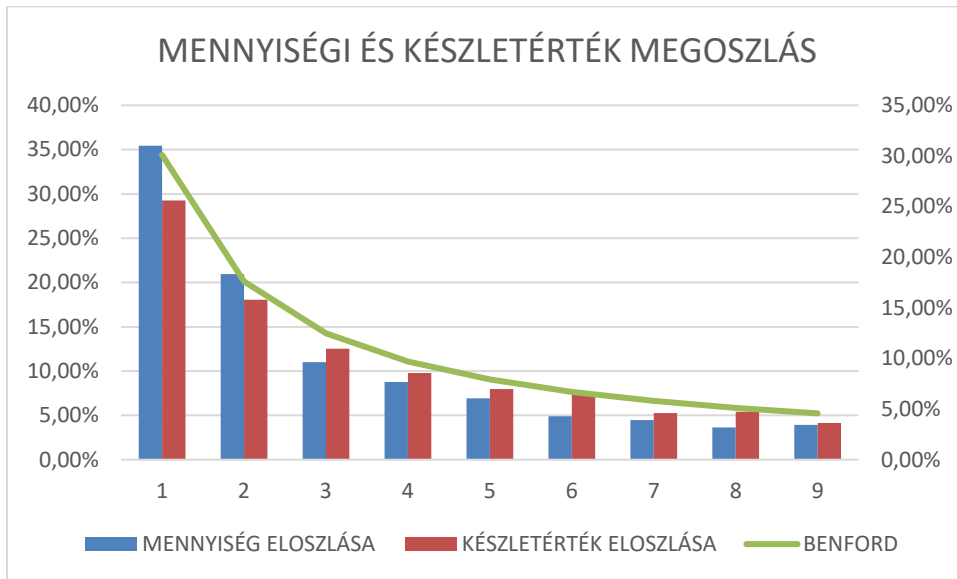
Az árukészletekre vonatkozó grafikon megerősíti azt a vélekedést a könyvvizsgálat során, hogy az előzőekben említett kezdő számokkal rendelkező halmazokból vett minta vizsgálatával bizonyosság szerzhető a készletek helyes bemutatását illetően.

12. táblázat

1.SZÁMJEGY	MENNYISÉG ELOSZLÁSA	KÉSZLETÉRTÉK ELOSZLÁSA	BENFORD
1	35,44%	29,26%	30,10%
2	20,94%	18,06%	17,61%
3	11,02%	12,52%	12,49%
4	8,77%	9,78%	9,69%
5	6,93%	7,99%	7,92%
6	4,89%	7,59%	6,69%
7	4,47%	5,25%	5,80%
8	3,63%	5,41%	5,12%
9	3,91%	4,15%	4,58%
<b>SZUMMA</b>	<b>100,00%</b>	<b>100,00%</b>	<b>100,00%</b>

A fenti két készletjellemező (mennyiség és érték) együttes Benford – törvényi megfelelését vizsgáltuk és mutattuk be. Azért szükséges megfontolni a két adatsort, mert együttes vizsgálatuk rámutathat a további vizsgálat szükségére az árukészletek helyes bemutatásával kapcsolatos álláspont kialakításához. Látszik, hogy az árukészletek 6 számmal kezdődő részsokasága oszlopának Benford – görbe átlépése az együttes grafikus ábrázolásban megszűnik.

6. ábra



Az áruk mennyiségi és készletérték kezdő számainak Benford – törvény szerinti értékei a görbe alatt maradnak. Ebből következően a bemutatással összefüggő bizonytalanság alacsonynak értékelhető. A könyvvizsgáló szkepticizmusa miatt mégis megfontolandó a további mintavételi eljárás lefolytatása 6-tal kezdődő árukészlet részhalmozra, mert az értéki Benford – görbével való összehasonlítás hordozhat kockázatot.

Az esettanulmányok egy olyan eljárást mutattak be, amely jelentősen növelheti a könyvvizsgálati munka hatékonyságát, gyorsaságát, hozzájárulhat a bizonyosság szintjének növeléséhez egy jelentős vizsgálati terület kockázatának csökkentésével.

### 3.3 A Benford-törvényből adó következtetések – összefoglalás

MEGNEVEZÉS	HALMAZ JELLEMZŐI	KÖVETKEZTETÉS
A halmaz elemei	<p>Nem homogén halmaz és nagy számú sokaság esetén lehetséges a korrekt vizsgálat a Benford-törvény alkalmazása.</p> <p>Amennyiben homogén a halmaz, a Benford – analízis vizsgálati eredménye a nem fog illeszkedni a Benford - görbéhez.</p>	<p>Alkalmazható a Benford -törvény a vizsgálathoz, amelynél az görbétől való eltérés által érintett számjegyet tartalmazó halmaz vagy részhalmaz elemek vizsgálandók.</p> <p>Nem alkalmazható a Benford -törvény, mert nem elemek nem követik a Benford- eloszlás görbét.</p>
Az értékelés	A Benford -analízis megfelel törvény követelményeinek, és a sokaság vizsgálatának eredménye jó eséllyel megfelelő, és elfogadható.	A sokaság értéki adatai elfogadhatóak, és nem fedezhetőek fel "pozitív hibák" a vizsgált halmaz elemei között.
A Benford -törvénytől eltérés	A mintavételezés végrehajtásához a rétegezés sajátosságainak meghatározása, részhalmazok képzése és Benford- analízissel történő vizsgálat eredményének értékelése. A mintavételezés során a reprezentativitás	Amennyiben a reprezentatív részhalmazok Benford-analízise illeszkedik a görbéhez, akkor a részhalmaz mintavétellel történő vizsgálatának eredménye kiterjeszhető a teljes részhalmazra, majd az alap sokaságra.

		vizsgálatára is figyelni szükséges.	
Minta vételezés technikája	Statisztikai módszerek alkalmazásakor a minden részhalmoz elem mintába ( részmintába ) kerülésének ugyanakkora esélye kell legyen. Amennyiben ez biztosítható, akkor nem statisztikai módszerek alkalmazandók.	A részhalmoz sokaságból vett mintának reprezentatívnak kell lennie , amelynek meghatározásakor figyelembe szükséges venni a könyvvizsgálati végrehajtási lényegesség értékét.	

Pécs, 2024. január  
Dr. Biró Zoltán  
C. Egyetemi Docens

## Felhasznált irodalom

1. Gyürky György - Farkas János: Az első számjegyek Benford- törvénye és a radioaktív izotópok felezési ideje Fizikai Szemle 2015/9 (297-301)
2. Milcz Ákos: Kvantitatív módszerekkel támogatott üzemgazdasági ellenőrzések, különös tekintettel a Benford- törvény alkalmazhatóságára Statisztikai Szemle 94. évfolyam 6 szám 612-634
3. A Benford – törvényen alapuló matematikai számítások szerint csalhattak demokraták és az amerikai választáson NAGYVILÁG ORIGO /2020.11.08
4. [A számok használatának gyakorisága – Wikipédia \(wikipedia.org\)](https://hu.wikipedia.org)
5. A Benford – törvény és kriptovaluták árfolyamának a kapcsolata (<https://www.bitcoinbasis.hu>)
5. Guide to Using ISAs in the Audits of Small- and Medium -Sized Entities Volume 1- Core Concept Fourth edition
6. Guide to Using ISAs in the Audits of Small- and Medium-Sized Entities Volume 2 Practical Guidance Fourth Edition 2018
7. Z.Jasak, L. Benjanovic-Mehmedovic Detecting Anomalies by Benford's Law (<https://www.researchgate.net/publication/245569204>)
8. 330. Témaszámú Nemzetközi Könyvvizsgálati Standard A Könyvvizsgáló válaszai a becsült kockázatokra
9. 520. Témaszámú Nemzetközi Könyvvizsgálati Standard Elemző eljárások
10. 530. Témaszámú Nemzetközi Könyvvizsgálati Standard Könyvvizsgálati mintavételezés
11. 450. Témaszámú Nemzetközi Könyvvizsgálati Standard A könyvvizsgálat során azonosított hibás állítások értékelése
12. 500. Témaszámú Nemzetközi Könyvvizsgálati Standard Könyvvizsgálati bizonyítékok
13. Lukács János : Könyvvizsgálat rendszere MKVKOK 2017